

2011 年高水平大学自主选拔学业能力测试（AAA 测试）

考试说明

一、AAA 测试的性质

高水平大学自主选拔学业能力测试（英文名称为 Advanced Assessment for Admission，简称“AAA 测试”）是由上海交通大学、中国人民大学、中国科学技术大学、西安交通大学、南京大学、浙江大学和清华大学共同发起、共同委托专业考试机构组织的高中毕业生学业能力测试。

二、AAA 测试的指导思想

AAA 测试的命题以现行中学教学大纲为参照，重点在于考察学生对于知识的综合应用能力和学习能力，不以超出中学大纲的知识为主要考察目标。

三、AAA 测试的科目

1、阅读与写作（Reading and Writing）。测试时间 3 小时，满分为 200 分。考察重点为考生运用中英文进行阅读与写作的能力。其中中文阅读与写作占 100 分，英文阅读与写作及中英文综合应用占 100 分。

中文阅读与写作部分的试卷印刷名称为：**阅读与写作（第一部分）**。

英文阅读与写作及中英文综合应用部分的试卷印刷名称为：**阅读与写作（第二部分）**。

2、数学（Mathematics）。测试时间 1.5 小时，满分为 100 分。测试内容以高中文科数学教学内容为主。考查重点为逻辑思维能力、运算变形能力、空间想象能力、综合创新能力。

3、自然科学（Natural Science）。测试时间为 1.5 小时，满分为 100 分。测试内容包括物理学和化学，不排除涉及生物学相关知识的可能。考查重点为理解推理能力、分析综合能力、实验与探究能力。

4、人文与社会（Humanities and Social Sciences）。测试时间为 1.5 小时，满分为 100 分。测试内容包括但不限于高中政治、历史、地理的教学内容。考查重点为学生的阅读量与知识面，对人文与社会问题思考的深度，审美能力，并对学生的情感、态度、价值观进行一定的描述。

考生应当参加阅读与写作、数学的考试，并在自然科学、人文与社会中选择参加其一。

四、AAA 测试的时间安排

考试当天，上午进行阅读与写作的测试。全部试卷一并下发，开考 1.5 小时后由监考

人员收中文阅读与写作部分的试卷，开考 3 小时后收英文阅读与写作、中英文综合部分的试卷。

下午进行数学、自然科学/人文与社会的测试。两科试卷在开考时一并下发，开考 1.5 小时后由监考人员收数学试卷；开考 3 小时后收自然科学/人文与社会试卷。

2011 年 AAA 测试的具体日期为 2 月 19 日。

五、AAA 测试的相关资料

除本说明、2011 年测试题型示例以及相关高校招生办公室网站提供的情况介绍外，AAA 测试组织者不提供任何关于测试的大纲、辅导材料。上述资料均可通过 AAA 测试报名网站或者相关高校网站免费获得。

AAA 测试组织者不承诺 2010 年 AAA 测试题目与 2011 年测试题目之间存在任何相似性。

题型示例

阅读与写作（第一部分）

一、现代文阅读

十二点的列车

[埃及] 舒尔巴吉著 鄧溥浩译

正午时分，时钟照例敲了十二下。火车慢慢起动。就在这当儿，麦斯欧德迅速跳上最后一节车厢。车厢里挤满了乘客，一个空位子也没有，连过道上都站满了人。他决心为自己找一个座位，不能这样站一路。他看见有个座位上放着一只手提包，想先去抢座，免得给别人占去。他从站在过道上的人群中用肩头艰难地为自己开路，终于走到那座位前。他伸手将包拎起，问也没问一声就将它塞到座位底下。坐在对面的一位姑娘大声嚷起来，问他要干什么？他冷冷地反问道：

“这是你的提包吗？”

“是我的！”

“那好！位子是人坐的，不是放提包的！”

说完他便仰靠在座位上，带点歉意地向那姑娘微笑。姑娘把脸转到一边，没理他。

一小时后，火车在下一站停车。检票员走过来查票。他在一位乘客面前停下来，要他下车。那乘客回答说：

“我买的是到终点站的票！”

“所有乘客的票都是到终点站的。但每站都必须有一些乘客要下去，给新上来的乘客腾出地方。”

“真是怪事，世界上没有一列火车会发生这种事。”

“我们这次列车有自己的规定。你必须下去！”

“先生，我求你……”

“听着，如果你再不下去，我就命令乘警把你从窗口扔下去！”

“等等，让我再买一张票。”

“没有新票卖给你。”

“可是……”

“你是在有意浪费我的时间……”

检票员对身后的四名乘警示意，让他们把这乘客从车窗扔出去。说时迟，那时快，乘警像闪电般扑向那乘客，迅即抓住他把他从窗口扔了出去。一会儿火车便开动了，那乘客凄惨的呼唤声渐渐消失。检票员和乘警在乘客的惊惧中离开了车厢。

麦斯欧德看了看姑娘，禁不住和她攀谈起来。姑娘由于刚才的惊恐，也希望有个人和自己说说话，减轻一下刚才目睹的事给她造成的心理影响。麦斯欧德说道：

“刚才是怎么回事？”

“不知道！不敢相信刚才看见的事实……”

“那就让我们忘掉它。你叫什么名字？”

“可我不了解你……”

“那好，让我先作自我介绍吧。我叫麦斯欧德，是个农业工程师，教过书，后来辞职不干了。现在我到终点站去领取分给我的土地，我要在那儿耕耘播种，成家立业。你看，这不是比干公职强得多吗？”

姑娘转过脸去，淡淡地说：

“这是你的事，与我无关。”

他明白她的意思，赶快亲切地说道：

“可是你必须同意我的观点。”

“我？为什么？”

“因为我将去迎接的生活是值得为之作出牺牲的。城市的拥挤已压得人喘不过气来。相信我，新土地上的生活将是极其美好的，它将成为天堂的一部分，特别是……如果有一位妻子陪伴着……”

“妻子？为什么你不和她一起去？”

“我还没有结婚哩！”

“你说得对。一开始你最好不结婚，以免婚后生活影响你……”

“正相反，有了妻子，它才是美好的。……你的意见怎样？”

“什么意见？”

“我已经谈得够多了……现在该轮到你了，我想知道你……”

“我是从城里逃出来的。”

“逃出来……”

“我曾和一个青年相爱结婚。我曾认为他是一个天使。……谁知还在蜜月他就背叛了我。”

“在新土地上不会发生背叛的。”

“我想到遥远的荒无人烟的岛上去生活……”

“这不是自杀吗？”

“再跟另一个男人生活在一起才是自杀。”

“在新开垦的土地上是不会发生背叛行为的，因为它干净纯洁，没有受到城市中你争我夺和工厂烟囱的污染……请问芳名……”

“我叫纳吉娃。”

“她真是我心中的娇娃。”他这么想着，不觉两眼向她瞟了过去，那一双蓝蓝的大眼睛……男人还会梦想到比这更美好的妻子吗？

“你在想什么呢？”

她的问话打断了他的思路。他赶忙笑了笑，对她说：

“你不觉得饿吗？我这儿有烤鸽肉……”

“等等，我这儿有吃的。”她打开放在腿上的提包，取出几个三明治，带着甜蜜的微笑递给他。

他没来得及接过三明治，便被停车的声音惊醒过来。

检票员走过来，看了看姑娘：

“请把票拿出来。”

姑娘心头一紧，三明治从她手里掉下来。

她想起了前一站发生的事情……她勉强堆着笑把票递给检票员，嘴里不住地说道：

“前面还有很长一段路，是吧？”

“很遗憾，你的票到此为止！”

麦斯欧德忍不住喊了起来：

“不，这不可能！”

检票员向他投来冷峻而带威胁性的眼光：

“这与你无关……”

麦斯欧德一阵战栗，他差点哭出来，说：

“您仔细看看她的票……也许您弄错了……”

“我们绝不会错的，先生。我们列车上的一切都是经过精确算计的。请下车吧，太太！否则我将命令乘警把你从窗口扔下去？！”

“不，”她惊惧地喊了一声，“我自己下去。”

她从座位站起。麦斯欧德也站起身，对她说：

“我和你一块下去，纳吉娃！我不让你一个人走。”

检票员用力一推，把麦斯欧德推回座位上，冲着他吼道：

“我们不许任何人下车，除非他的票已经到站！”

“可是……”

在检票员那严峻的目光下，麦斯欧德恐惧得浑身都像要溶化似的，僵坐在自己的位子上，呆呆地目送纳吉娃走下火车，泪花在眼睛里翻滚。火车又慢慢起动了。这时又过来一位姑娘，请他允许她坐在他面前的空位子上。她注意到他那含泪的僵滞的目光在看着自己，于是嫣然一笑，说：

“泪水是污秽的，污秽的泪水流完后，你的眼睛就会变得明亮……瞧，你的眼睛已经变得明亮了……你用镜子照照……你有镜子吗？我有，给你，你照照……”

麦斯欧德瞧了瞧镜子，发现他的头发已经突然变白，脸上全是皱纹。他像大梦初醒，发现车厢几乎全都空了，大部分乘客已经下去。

姑娘望着他，爽朗地笑着说：

“老大爷，你要上哪儿去呀？”

“到列车的终点站，姑娘！我的票还没有作废……”

（有删节）

1. 下列对小说人物的分析与概括，恰当的两项是

- A. 《十二点的列车》是一篇爱情小说，它主要讲述了麦斯欧德与纳吉娃这两个年轻人在十二点的列车上的一段奇遇。
- B. 麦斯欧德与纳吉娃由相互不满到彼此交流的主要原因，是因为列车上发生了一件令所有乘客都害怕和震惊的偶然事件，为了缓和惊悸与恐怖的心理，他们需要交流和语言抚慰。
- C. 麦斯欧德厌恶了城市生活，主动到终点站领取分给他的土地，从事农业生产，是因为他对未来的美好前程怀有无比的自信和有施必成的决心。
- D. 纳吉娃是一个在新婚蜜月的日子遭受丈夫背叛的不幸女子，她离开了她的丈夫，但她并没有对生活、对男人绝望，她想在一个新的地方开始新的生活。
- E. 麦斯欧德对新上火车的姑娘说的最后那句话，说明纳吉娃的突然离去虽然让他伤心，但他对未来并没有失去希望，对自己的目标仍然满怀信心。

2. 小说主要运用了哪一种艺术表现手法？请联系你所熟悉的中外名著，比如巴尔扎克、契诃夫等人的作品，进行比较阐释。

二、文言文阅读

3. 用“/”符号给下面的文段断句。

方羲之之不可强以仕而尝极东方出沧海以娱其意于山水之间岂有徜徉肆恣而又尝自休于此邪羲之之书晚乃善则其所能盖亦以精力自致者非天成也然后世未有能及者岂其学不如彼邪则学固岂可以少哉况欲深造道德者邪

(曾巩《墨池记》)

4. 将下列文段中画横线的部分翻译成现代汉语。

子曰：“见贤思齐焉，见不贤而内自省也。” (《论语·里仁》)

三、作文

5. 阅读下面的材料，根据要求写一篇不少于 800 字的论述文。

著名学者、古文字学家、东方学家及翻译家季羨林先生说：“每个人都争取一个完美的人生。然而，自古及今，海内海外，一个百分之百的完美的人生是没有的。所以我说，不完满是人生。”

请根据自己的理解，联系社会生活实际，选择一个角度进行探讨，发表你的见解。

参考答案

1. A. 0 分 B. 2 分 C. 2 分 D. 1 分 E. 0 分

2. 小说主要使用了荒诞的艺术手法。

这篇小说，从表面上看，它与巴尔扎克、契诃夫等人的小说非常相似，比如都有着非常清晰的情节主线，有着生活正常的人物，但艺术表现手法却不同。比如小说中所描写的乘客被无端扔出窗口，检票员的话具有绝对权威，两个年轻人为了逃避不幸、追求共同理想而不得，麦斯欧德霎时间头发变白、满脸皱纹……这些荒诞、离奇现象在现实中都是不可能发生的，在传统小说中也是不可能出现的。正是这种荒诞手法的运用，使《12 点的列车》表现出了与传统写实小说不同的现代意味。这种荒诞的手法，可以更有效地揭示本身就是荒诞性的现代思想主题。

3. 方羲之之不可强以仕 / 而尝极东方 / 出沧海 / 以娱其意于山水之间 / 岂有徜徉肆恣 / 而又尝自休于此邪 / 羲之之书晚乃善 / 则其所能 / 盖亦以精力自致者 / 非天成也 / 然后世未有能及者 / 岂其学不如彼邪 / 则学固岂可以少哉 / 况欲深造道德者邪 /

4. 见到贤能的人就想到向他看齐，见到不贤能的人就自己检查自己。

5. 作文（略）。

阅读与写作（第二部分）

Section I Reading

In the following article, some sentences or paragraphs have been removed. For questions 1 to 5, choose the most suitable one from the list A-F to fit into each of the numbered gaps. There is ONE which does not fit in any of the gaps.

Most of the people who appear most often and most gloriously in the history books are great conquerors and generals, whereas the people who really helped civilization forward are often never mentioned at all. We do not know who first set a broken leg, or launched a seagoing boat, or calculated the length of the year; but we know all about the killers and destroyers. People think a great deal of them, so much so that on all the highest pillars in the great cities of the world you will find the figure of a conqueror or a general. 1.

It is just possible they are, but they are not the most civilized. Animals fight; so do savages; hence to be good at fighting is to be good in the way in which an animal or a savage is good, but it is not to be civilized. 2. People fight to settle quarrels. Fighting means killing, and civilized peoples ought to be able to find some way of settling their disputes other than by seeing which side can kill off the greater number of the other side, and then saying that that side which has killed most has won. 3.

That is what the story of mankind has on the whole been like. Even our own age has fought the two greatest wars in history, in which millions of people were killed. And while today it is true that people do not fight and kill each other in the streets, nations and countries have not learnt to do this yet, and still behave like savages.

But we must not expect too much. After all, the race of men has only just started. From the point of view of evolution, human beings are very young children indeed, babies, in fact, of a few months old. 4. These figures are difficult to grasp; so let us scale them down. Suppose that we reckon the whole past of living creatures on the earth as one hundred years; then the whole past of man works out at about one month, and during that month there have been civilizations for between seven and eight hours.

5. Taking man's civilized past at about seven or eight hours, we may estimate his future at about one hundred thousand years. Thus mankind is only at the beginning of its civilized life, and as I say, we must not expect too much. The past of

man has been on the whole a pretty beastly business, a business of fighting and killing. We must not expect even civilized peoples not to have done these things. All we can ask is that they will sometimes have done something else.

- [A] Even being good at getting other people to fight for you and telling them how to do it most efficiently – this, after all, is what conquerors and generals have done – is not being civilized.
- [B] And I think most people believe that the greatest countries are those that have beaten in battle the greatest number of other countries and ruled over them as conquerors.
- [C] We have got to the stage of keeping the rules and behaving properly in daily life. However, every year conflicts between countries and nations are still claiming thousands of lives.
- [D] And not only has won, but, because it has won, has been in the right. For that is what going to war means; it means saying that might is right.
- [E] So you see there has been little time to learn in, but there will be oceans of time in which to learn better.
- [F] Scientists reckon that there has been life of some sort on the earth in the form of jellyfish and that kind of creature for about twelve hundred million years; but there have been men for only one million years, and there have been civilized men for about eight thousand years at the outside.

Section II Writing

Part A

6. *Translate the following text into English.*

有人说成功取决于性格，但我认为什么性格都可能成功，关键是要分析自己的实际，做自己喜欢并擅长的事。这样，你才会坚持，不畏艰难，不轻易改变方向。这时，成功离你就不远了。

Part B

7. *Write an essay of 150 words in English, which is relevant to the idea conveyed in the Chinese text in Part A of this section.*

参考答案

Section I Reading

1. B

2. A

3. D

4. F

5. E

Section II Writing

Part A

6. Some people say that one's success is determined by his personality. But I believe that one can succeed regardless of the type of person he is. The key to success is, first of all, to know yourself well and then find something you both like to do and are good at doing. In that case you will most likely hold on to the thing without giving in to any difficulties. If you stick to it without changing the direction, you will not be far away from success.

Part B

7. (略)

数学

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) $y = \cos^3 x + \sin^2 x - \cos x$ 的最大值为

- (A) $\frac{28}{27}$ (B) $\frac{32}{27}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{40}{27}$

(2) 已知 a, b, c, d 是实数, $w = \frac{az+b}{cz+d}$, 且当 $\operatorname{Im} z > 0$ 时, $\operatorname{Im} w > 0$. 则

- (A) $ad+bc > 0$ (B) $ad+bc < 0$ (C) $ad-bc > 0$ (D) $ad-bc < 0$

(注: $\operatorname{Im} z$ 表示复数 z 的虚部)

(3) 甲、乙、丙、丁等七人排成一排, 要求甲在中间, 乙丙相邻, 且丁不在两端, 则不同排法共有

- (A) 24 种 (B) 48 种 (C) 96 种 (D) 120 种

(4) F 为抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点, 过点 F 的直线 l 与该抛物线交于 A, B 两点, l_1, l_2 分别是该抛物线在 A, B 两点处的切线, l_1, l_2 相交于点 C , 设 $|AF| = a, |BF| = b$, 则 $|CF| =$

- (A) $\sqrt{a+b}$ (B) \sqrt{ab} (C) $\frac{a+b}{2}$ (D) $\sqrt{a^2+b^2}$

(5) 设 θ 是三次多项式 $f(x) = x^3 - 3x + 10$ 的一个根, 且 $\alpha = \frac{\theta^2 + \theta - 2}{2}$. 若 $h(x)$ 是一个有理系数的二次多项式, 满足条件 $h(\alpha) = \theta$. 则 $h(0) =$

- (A) -2 (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

二、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(6) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 单调递增, $f(-1) = 0$. 设

$\varphi(x) = \sin^2 x + m \cos x - 2m$, 集合

$$M = \{m \mid \text{对任意的 } x \in [0, \frac{\pi}{2}], \varphi(x) < 0\}, \quad N = \{m \mid \text{对任意的 } x \in [0, \frac{\pi}{2}], f(\varphi(x)) < 0\},$$

求 $M \cap N$.

(7) 甲、乙等 4 人相互传球, 第一次由甲将球传出, 每次传球时, 传球者将球等可能地传给另外 3 人中的任何 1 人.

(I) 经过 2 次传球后, 球在甲, 乙两人手中的概率各是多少?

(II) 球经过 n 次传球后, 球在甲手中的概率记为 $p_n (n = 1, 2, \dots)$, 试求出 p_{n+1} 与 p_n 的关

系式, 并求 p_n 的表达式及 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$.

(8) 设 p, q 是一元二次方程 $x^2 + 2ax - 1 = 0$ ($a > 0$) 的两个根, 其中 $p > 0$. 令

$$y_1 = p - q, y_{n+1} = y_n^2 - 2, n = 1, 2, \dots. \text{ 证明: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_1 y_2} + \dots + \frac{1}{y_1 y_2 \cdots y_n} \right) = p.$$

参考答案

一、选择题

(1) B (2) C (3) D (4) B (5) A

二、解答题

(6) 解: $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 单调递增, $f(-1) = 0$, 所以当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 也单调递增, 且 $f(1) = 0$, 于是 $f(x) < 0$ 等价于 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$.

$$\begin{aligned} N &= \{m \mid \text{对任意的 } x \in [0, \frac{\pi}{2}], f(\varphi(x)) < 0\} \\ &= \{m \mid \text{对任意的 } x \in [0, \frac{\pi}{2}], \varphi(x) < -1 \text{ 或 } 0 < \varphi(x) < 1\}. \end{aligned}$$

$$M \cap N = \{m \mid \text{对任意的 } x \in [0, \frac{\pi}{2}], \varphi(x) < -1\}.$$

由 $\varphi(x) < -1$ 得 $\cos^2 x - m \cos x + 2m - 2 > 0$.

令 $t = \cos x$, 则 $0 \leq t \leq 1$, 于是问题等价转化为:

当不等式 $t^2 - mt + 2m - 2 > 0$ 在 $t \in [0, 1]$ 上恒成立时, 求实数 m 的取值范围.

$$\text{由 } t^2 - mt + 2m - 2 > 0 \text{ (} 0 \leq t \leq 1 \text{) 得 } m > \frac{t^2 - 2}{t - 2}.$$

$$\text{设 } h(t) = \frac{t^2 - 2}{t - 2} \text{ (} 0 \leq t \leq 1 \text{), 则 } h'(t) = \frac{t^2 - 4t + 2}{(t - 2)^2}.$$

令 $h'(t) = 0$ 解得 $t = 2 - \sqrt{2}$ ($t = 2 + \sqrt{2}$ 舍去).

当 $0 \leq t < 2 - \sqrt{2}$ 时, $h'(t) > 0$, $h(t)$ 为增函数;

当 $2 - \sqrt{2} < t \leq 1$ 时, $h'(t) < 0$, $h(t)$ 为减函数.

当 $t = 2 - \sqrt{2}$ 时, $h(t)$ 取得 $[0, 1]$ 上的最大值 $4 - 2\sqrt{2}$,

$$M \cap N = (4 - 2\sqrt{2}, +\infty).$$

(7) 解: (I) 经过 2 次传球后, 球在甲手中的概率为 $\frac{1}{3}$,

$$\text{球在乙手中的概率为 } \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}.$$

(II) 记 A_n 表示事件“球经过 n 次传递后, 球在甲手中”, $n = 1, 2, 3, \dots$,

则有 $P(A_1) = 0$,

$$A_{n+1} = \bar{A}_n A_{n+1} + A_n A_{n+1},$$

$$\begin{aligned} P(A_{n+1}) &= P(\bar{A}_n A_{n+1}) + P(A_n A_{n+1}) \\ &= P(\bar{A}_n A_{n+1}) = \frac{1}{3}(1 - p_n), \end{aligned}$$

所以 p_{n+1} 与 p_n 的关系式为

$$p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n), \quad n = 1, 2, \dots \quad \textcircled{1}$$

将①式变形为

$$p_{n+1} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\left(p_n - \frac{1}{4}\right),$$

$\{p_n - \frac{1}{4}\}$ 是公比为 $-\frac{1}{3}$ 的等比数列, 其首项为 $p_1 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$.

故有

$$\begin{aligned} p_n - \frac{1}{4} &= \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \\ p_n &= \frac{1}{4}\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right], \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \textcircled{2} \end{aligned}$$

由②可得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4}\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right] = \frac{1}{4}.$$

(8) 解:
$$p = -a + \sqrt{a^2 + 1} = \frac{1}{a + \sqrt{a^2 + 1}} < 1.$$

$$q = -a - \sqrt{a^2 + 1} = -\frac{1}{p}.$$

$$y_1 = p - q = p + \frac{1}{p},$$

$$y_2 = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2 = p^2 + \frac{1}{p^2}.$$

由数学归纳法可得

$$y_{n+1} = p^{2^n} + \frac{1}{p^{2^n}}.$$

$$\frac{1}{y_1} = \frac{1}{p} \frac{p^2}{1 + p^2} = \frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{1 + p^2}\right),$$

$$\frac{1}{y_1 y_2} = \frac{1}{p} \frac{p^4}{(1 + p^2)(1 + p^4)} = \frac{1}{p} \frac{1}{1 + p^2} \left(1 - \frac{1}{1 + p^4}\right),$$

由数学归纳法可得

$$\begin{aligned}\frac{1}{y_1 y_2 \cdots y_n} &= \frac{1}{p(1+p^2)(1+p^4)\cdots(1+p^{2^n})} \\ &= \frac{1}{p(1+p^2)(1+p^4)\cdots(1+p^{2^{n-1}})} \left(1 - \frac{1}{1+p^{2^n}}\right).\end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned}\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_1 y_2} + \cdots + \frac{1}{y_1 y_2 \cdots y_n} &= \frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{(1+p^2)(1+p^4)\cdots(1+p^{2^n})}\right) \\ &= \frac{1}{p} \left(1 - \frac{1-p^2}{1-p^{2^{n+1}}}\right).\end{aligned}$$

由于 $0 < p < 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} p^{2^{n+1}} = 0$, 可知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_1 y_2} + \cdots + \frac{1}{y_1 y_2 \cdots y_n} \right) = p.$$

人文与社会

一、选择题：每小题设四个选项，每一选项的分值可能为0、1、2、3分。请选出你认为最符合题目要求的一项。多选该小题不得分。

1. 45° N 纬线穿越图 1 所示区域。L 地的观测者于 3 月 21 日看到太阳在 M 地落下的时间恰为 16 时（地方时）。判断：M 地相对于 L 地的方位及 L、M 间的距离约为

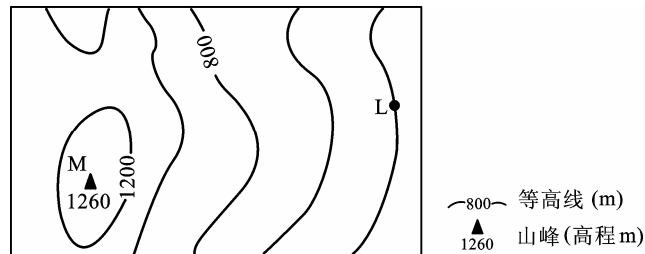


图 1

- A. 270° , 1720 m B. 240° , 2410 m
C. 300° , 1204 m D. 240° , 1720 m
2. 河流水体通过与大气交换及生物作用而含有溶解氧（DO），溶解氧饱和含量与水温呈负相关。图 2 示意某河段 6 月连续两日 DO 饱和度（溶解氧实际含量/饱和含量）日变化（左 T_1 ，右 T_2 ）。该变化说明

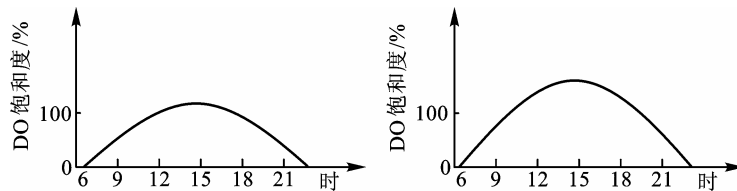


图 2

- ① 河水出现富营养化 ② 河中鱼类生长良好
③ 绿色植物只增加氧含量 ④ 观测点流速较小
⑤ T_2 日较 T_1 天气晴朗
- A. ①④⑤ B. ②③⑤
C. ①③ D. ①④
3. 大规模农民起义是中国历史上突出的现象。以下是几次农民起义提出的口号：

秦末	陈胜、吴广起义	王侯将相，宁有种乎
东汉	黄巾军起义	苍天已死，黄天当立
北宋	王小波、李顺起义	吾疾贫富不均，今为汝辈均之
明末	李自成起义	贵贱均田 均田免粮

这些口号反映出中国古代

- A. 土地集中程度后期比前期更高
- B. 国家对农民的人身束缚前期比后期更强
- C. 人口与耕地的关系后期比前期更为紧张
- D. 农民战争的目标前后期有实质性的变化
4. 洋务运动时期，国内有人反对修筑铁路，“闻泰西诸国专尚机器，如织布、挖河等事，皆明以一器代数百人之工，暗以一器夺数百人之业，夺之不已，又穷其巧为铁路，非外夷之垄断哉！然行之外夷则可，行之中国则不可。何者？外夷以经商为主，君与民共谋其利者也，中国以养民为主，君以利利民而不言利者也。议者欲以铁路行之中国，恐捷径一开，而沿途之旅店，服贾之民车，驮载之骡马，皆歇业矣，是括天下贫民之利而归之官也”。对这段言论评价最确切的是
- A. 发现引进现代机器生产将带来的失业问题
- B. 客观分析中西国情下君民关系的不同
- C. 主张防范帝国主义经济侵略和在华垄断
- D. 过分强调铁路对传统社会经济造成的冲击
5. 维尔·罗杰斯曾经说，美国的麻烦并非大家不知道的事情太多，美国的麻烦是大家自以为知道的事情，其实蛮不是那么回事。如果把罗杰斯此话引申到美国历史上，也可发现，对一些历史问题的通常的认识有时候并不是最正确的。下面四项涉及到 20 世纪二三十年代美国危机和新政期间的历史，其中对已熟知的通常认识最具挑战性的是
- A. 在大萧条期间，胡佛总统并非无所事事。他做得比任何和平时期的总统做得更多。他不断介入经济事务，使情况更糟。他费了心思把 1929 年的衰退搞成了大萧条。在 1929 年和 1930 年经济不景气的时候，在政府干预了一年之后，情况大大恶化了。
- B. 1930 年 6 月的《斯姆特—霍利关税法》本意是为美国农业提供关税保护，结果却是很多行业都要求关税保护。最后美国 25 000 多种产品的关税平均提高了 59%。这一税则沉重打击了美国的出口工业。
- C. 新政初期，罗斯福建议农场主削减生产，或者什么也不生产，损失由政府补贴。他相信，减少供应将抬高农产品价格。为此政府决定把相当多的已经生产出来的东西毁掉，杀了 600 万头猪，捣毁了 1000 万英亩棉花。但随后的调查结果发现，美国没有生产足够的食品，以养活仅求温饱（不至于饿死）的人民。
- D. 新政期间美国参议院的一项调查发现，“产业振兴署”的雇员得到指示，如果他们不想被炒鱿鱼，那就得把他们薪水的一部分贡献给总统的第二次竞选运动；还发现，那些拒绝支持一位受宠的候选人的人，在救济金名单上被除名了；还发现，登记在案的共和党人，被要求在救济金登记簿上写自己是民主党人，为的是保住工作。
6. 投资、消费、出口通常被称为拉动经济增长的“三驾马车”。为应对全球性金融危机和国内经济增速下滑的局势，我国采取了保增长、扩内需、调结构等积极措施。一般认为，扩大消费是促进经济增长的有效手段，这是因为

- A. 消费有利于刺激生产、拉动投资
 - B. 消费是促进经济增长的重要动力
 - C. 消费对经济增长的拉动快于投资的拉动
 - D. 消费对经济的拉动作用更为持久和稳定
7. 陕西靖边县地处毛乌素沙漠南部边缘，随着沙漠不断扩张，常年饱受沙暴之苦。20 世纪 50 年代起，该县采取荒沙地承包，退耕还林，飞机播种，设置沙障，颁布禁牧令等措施，积极治理沙漠，经过 50 余年努力，逐渐扭转了局面，实现了“人进沙退”，曾在靖边逞凶的 220 万亩流沙，如今只剩下 5 万亩。然而，近年来，干旱之魔又悄然降临这块土地。毛乌素周边地区曾拥有的充沛地下水水位不断下降，靖边县湿地逐渐消失，树木不断枯死和早衰。如果这种状况持续下去，很可能在未来导致沙漠反扑。面对新的问题与新的危机，靖边人需要新的思路与措施。靖边人治理沙漠的实践给予我们的启示在于
- A. 认识沙漠危害的原因与条件，人们总能采取应对措施根除其危害
 - B. 遵循利用客观规律是变“沙进人退”为“人进沙退”的基本前提
 - C. 科技进步的巨大力量将为人类最终战胜沙漠提供现实的物质手段
 - D. 治理沙漠是曲折的长期过程，需要兼顾经济社会发展和生态平衡

二、非选择题

阅读资料，完成 8~10 题。

当低纬地区海水表面温度超过 27.5℃ 的时候，空气的扰动（如局部雷电等）就会导致热带气旋在该类海域诞生。热带气旋在低纬海区移动过程中，可能逐步加强发育成强热带风暴，直到台风、强台风。它们到达人类活动的海域以及滨海地带形成灾害性天气，给人类生命财产造成巨大危害。有人设想：对热带气旋经过的海面进行人为干预来限制其加强的过程，降低台风、强台风形成的几率，减轻此类灾害性天气的带来的危害。

- 8. 试说明热带气旋移动过程中加强的大体过程。
- 9. 扼要阐述人为干预海面限制热带气旋加强过程的基本原理。
- 10. 简述你对这种设想可行性的看法。

阅读资料，完成 11~13 题。

材料一：

春秋时期，黄河流域的华夏族称今湖南、湖北居民为荆蛮，称今淮河及江浙地区居民为扬越。汉刘向《说苑·善说》记载：春秋时期楚国国君之弟鄂君（鄂当今湖北鄂州）子皙坐船出游，闻摇桨的越人歌声悠扬，而完全听不明其意。歌辞记音为“滥兮舝草滥，予昌栢泽予昌州，馑焉乎秦胥胥，纍予乎昭澶秦逾，渗悝随河湖”。懂越语者将这首歌译成“楚语”为：“今夕何夕兮，搴舟中流。今日何日兮，得与王子同舟。蒙羞被好兮，不訾诟耻，心几顽而不绝兮，知得王子。山有木兮木有枝，心说君兮君不知。”战国时，楚国占有原吴越之地，司马迁称之为“东楚”。三国吴国灭亡后，吴地著名文学家陆机来到洛阳，因其作品中文字音韵“多楚”而被嘲笑。刘勰在《文心雕龙》批评陆机的诗文“衔灵均（屈原）之声余，失黄钟之正响”。

材料二：

魏晋南北朝分裂动荡时期，洛阳话作为华夏“正音”，影响广泛。《南齐书》记载，当时祖籍江南的著名文化人只有三人“吴音不改”。北魏孝文帝迁都洛阳后，下令“断诸北语，一从正音”。不过，颜之推在《颜氏家训·音辞》中比较南北双方使用的“正音”说：“冠冕君子，南方为优；闾里小人，北方为愈。易服而与之谈，南方士庶，数言可辩；隔垣而听其语，北方朝野，终日难分。而南染吴越、北杂夷虏。”

材料三：

欧洲地区的绝大多数语言都属于印欧语系，它们虽然同源，但相互之间的差别相当明显。罗马帝国建立后，欧洲很大一部分地区在帝国的框架下使用共同的官方语言拉丁语，在今天的法国和伊比利亚半岛，拉丁语成为流行的语言。同时，拉丁语作为基督教的公用语，随着基督教传播到更广阔的区域，欧洲的学术界也长期以拉丁语作为学术语言。但是，语言统一的趋势并没能壮大和延续下去，早在罗马帝国解体后，各自独立的地区就在拉丁文基础上结合本地区的方言形成法语、西班牙语、葡萄牙语、意大利语等语言。这些语言在近代早期进一步完善，成为各民族国家的通用语言。

11. 根据材料一，分析先秦至三国时黄河流域与长江中下游地区文化上的关系。
12. 概括指出材料二、三所反映的语言变化。
13. 结合材料，分析其中体现的中国文明发展的特征。

阅读资料，完成 14~15 题。

《时报》载巴黎通讯云：世界各国或以我国参战不力为言，今观于马毓宝君在欧之战绩，足以示我中华民国非无人也。马君字楚善，云南人，世奉回教，年二十四毕业于本省高等学堂实科中学，娴科学，通法文，光复后以云南陆军讲武堂学生派送南京军官学校肄业。江西革命军起，隶湖口何子琦司令部下为营长，事后回滇，充云南第二师八团候差员。迨袁氏称帝，奉护国军第二军总司令李烈钧命，在省招募新兵，未及又随王旅长襄臣赴蒙，自充保安团教练员。在蒙时与驻滇法国领事往还甚密，每谈及欧战情形辄自奋发欲投效，以资实习。法领钦其志，许送入欧战队，但约助防守，不入战线，俟二年期满，补入法国军官学校，以为酬劳。马君即于民国五年十二月辞教练员差，往越南，由河内总督考试送入安拜法国军务营服务。六年二月间赴非洲屯戍，至中国政府宣告加入战团，烈士闻之，即由非洲函呈王襄臣旅长，转托云南第一师刘继之师长，以正式公文照会我国驻法胡使备案，并由非洲屯戍总司令派赴法国友籍军义勇敢死队。时住法观战员唐在礼即托马君调查每日前敌战况，马君每遇交锋，身先士卒，七年二月战于罕夏，头部受伤，旋即医愈。先是，六年间战于色物儿，曾中瓦斯炮毒，被救送回巴黎，法政府赐给奖章。我国胡使曾要求法政府准令脱离战线，送入军官学校，以资造就，法政府已照准矣。马君为国争荣之心甚切，卒赴前敌，致殒其身，时中华民国七年九月二日也。八年一月十九日，法陆军部飭驻滇交涉员纳齐亚君访马君家属，

殷勤慰唁，其唁辞曾登中西报纸，略谓此次大战，协约国得最后胜利，马君亦其中宣力之一人也。君以少年军官远涉重洋，血战疆场，其志之大、气之雄，不愧为大中华民国最有荣誉之军事家，是不仅为中国对于欧战尽职之证据，即世界各国亦当崇拜此少年英雄，何图奇功未赏，遂殒其身？岂不惜哉。容俟本国大总统颁赐战功纪念品到滇，再为正式追悼，以资表扬。兹谨先行致唁云云。君有胞弟名毓祥，曾上云南外交司长书，声明不愿领取法政府恤金，但求改建纪念碑，以垂永久。呜呼！如马君者岂非邦家之光哉？中国参战成绩历历可数，而为我友邦战死沙场者岂止马君一人？马君特其著名者尔。

——《徐兆玮日记》（民国八年）

14. 根据材料，撰写马毓宝小传。（字数限 200 字以内）

15. 评价马毓宝。

阅读资料，完成 16 题。

美国思想家潘恩认为：政府是由我们的罪恶产生的，因为我们不是天使，所以我们才需要政府。但政府也不是天使，因而，对待政府的权力就需要时时警惕。有学者认为，“宪政有着亘古不变的核心本质：它是对政府的法律限制”。因此，宪政的要义就是“限政”，即控制国家，限制政府，约束官员。

16. 运用政治学知识，结合我国政治体制的特点，说明“限政”的途径和思路。

参考答案

一、选择题

- | | | | |
|-----------|--------|--------|--------|
| 1. A. 1 分 | B. 3 分 | C. 0 分 | D. 2 分 |
| 2. A. 3 分 | B. 0 分 | C. 0 分 | D. 1 分 |
| 3. A. 1 分 | B. 3 分 | C. 2 分 | D. 0 分 |
| 4. A. 1 分 | B. 0 分 | C. 2 分 | D. 3 分 |
| 5. A. 3 分 | B. 0 分 | C. 2 分 | D. 1 分 |
| 6. A. 1 分 | B. 2 分 | C. 0 分 | D. 3 分 |
| 7. A. 0 分 | B. 2 分 | C. 0 分 | D. 3 分 |

二、非选择题

8. 从途经的表面温度超过 27.5℃ 的表层海水获得能（热）量、水蒸气；所获得的能量和水蒸气大于消耗量；其中心的气压逐步下降，与周围的气压梯度随之加大，强度得到加强。
9. 通过降低热带气旋所经过海面的表层水温，使得其获得的能量和水蒸气的补充量都低于其消耗量。
10. （说明：无论赞成还是不赞成，只要言之成理，均可以得分，最高不超过 6 分。）
- 赞成：可以通过机械措施，如使深层海水和表层海水混合，达成热带气旋经过海面降温的目标。将预防灾害天气和进行救灾的费用，预先用在海面干预中。
- 不赞成：首先，热带气旋移动路径有较大不确定性，且当我们通过人工干预，使得一个区域的表层海水温度发生变化时，就同时改变了近海面的气压场的态势，

势必也就干预了热带气旋运行的路径。其次，干预措施将耗费巨大的物力，极可能得不偿失。第三，这样的干预本身，还可能引发目前无法预见的变化。

11. 春秋时，长江中游地区的楚人已较深入地接受了中原华夏文化的影响，而长江下游地区的越人受华夏文化影响较浅；楚国统治越人地区，使长江中、下游地区文化上趋同，并推动了长江下游地区的华夏化进程。经历两汉到三国，长江流域文化上更进一步接受了中原的影响，但语音上仍有明显的地方特色。
12. 南北朝时，洛阳话成为整合南北语言的标准语音，南北方在语言上进一步趋同；受民族、区域与社会阶层的影响，南北所说的洛阳话在语音上仍有相当的差异，汉语北方方言区与南方的吴语方言区呈现雏形。罗马帝国时代，拉丁语对今天西欧各地语言呈现整合与统一趋势；罗马帝国解体后，统一的拉丁语逐渐为各民族语言所取代。
13. 融汇各地区、各民族的文化，历久弥新；在政治分裂时期仍体现出强大的整合能力；统一性与多样性、区域性有机联系。

14. **【评分说明】**

小传赋分应考虑以下三个方面要求。

内容要求：人物的基本信息；主要的学习经历和从军经历；作战表现和结果等。

组织要求：可以引用材料，但应以自己的语言组织为主。

语言要求：纪传体语言，准确简洁。

15. **【评分说明】**

评价应考虑以下三个方面要求。

内容要求：人物在重大历史事件中的表现；结合史实及相关历史背景的评价；提出自己的认识。

组织要求：评价全面，言之有据。

语言要求：准确，规范，中肯。

16. **【评分说明】**

本题答案可以分为以下三个等级。

一级：7—8分：围绕权力制约作答。需要包含：以道德制约权力、以权力制约权力、以权利约束权力等主要内容。

二级：5—6分：围绕监督体系作答。需要包含政治监督、政府监督、社会监督、舆论监督、公民监督等项内容。

三级：4分（含）以下：围绕课本知识作答。可能包含依法治国、为人民服务、依法行政等主要内容。

【注】

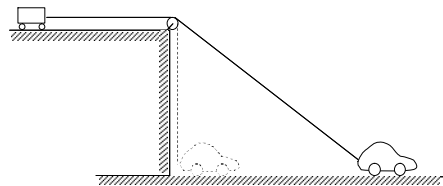
- ① 如果考生将以上三种思路综合应用，能够自觉清晰地遵循从一般原理到具体方案这样的论述思路，做到逻辑清楚、论说相对完整，也应该给较高得分，但不超过本题满分8分。
- ② 如果考生没有明确遵循以上三种思路，而是选取了其中的一些概念和说法，东拉西扯，没有清晰的逻辑，得分原则上不超过4分。

自然科学

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，有一个或多个选项符合题目要求，把符合题目要求的选项前的字母填在答题卡上。

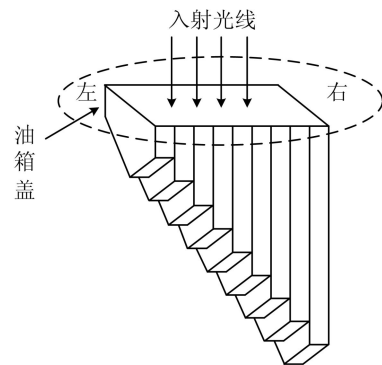
1. 如图所示，水平高台上有一小车，水平地面上有一拖车，两车之间用一根不可伸长的绳跨过定滑轮相连。拖车从滑轮正下方以恒定速度沿直线运动，则在拖车行进的过程中，小车的加速度

- A. 逐渐减小
- B. 逐渐增大
- C. 先减小后增大
- D. 先增大后减小

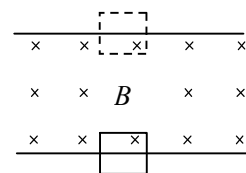


2. 图为测量油箱中油的深度的油量表，它是由许多透明等厚的薄塑料片叠合而成。每个薄片侧面的形状有如一矩形加一等腰直角三角形，薄片的长度不等，由很短到接近油箱深度。把这一油量表固定在油箱盖上，通过油箱盖的矩形窗口可以看到油量表的上底面。把油量表竖直插入油箱，从底面上明暗分界线的位置可以知道油的深度。已知透明塑料和油的折射率分别为 n 和 n' ，当油箱中有适量油时，下列判断正确的是

- A. 油量表的上底面左明右暗， $n > \sqrt{2}$ ， $n' > \frac{n}{\sqrt{2}}$
- B. 油量表的上底面左明右暗， $n < \sqrt{2}$ ， $n' > \sqrt{2}n$
- C. 油量表的上底面右明左暗， $n > \sqrt{2}$ ， $n' > \frac{n}{\sqrt{2}}$
- D. 油量表的上底面右明左暗， $n < \sqrt{2}$ ， $n' > \sqrt{2}n$



3. 如图所示，空间存在一有理想边界的条形匀强磁场区域，磁场方向与竖直平面（纸面）垂直。一个质量为 m 、边长为 l 的刚性正方形导线框，在此平面内沿竖直方向运动。 $t = 0$ 时刻导线框的上半部分恰好进入磁场，速度为 v_0 。经历一段时间后，当导线框上



边离开磁场距磁场边界距离为 $\frac{l}{2}$ 时，速度刚好为零。此后，导线框下落，经过一段时间到达初始位置。则

- A. 在上升过程中安培力做的功比下落过程中的少
- B. 在上升过程中重力冲量的大小比下落过程中的大
- C. 在上升过程中安培力冲量的大小与下落过程中的相等

- D. 在上升过程中导线框电阻消耗的电能比下落过程中的大
4. 分子式为 C_5H_{10} 且具有三元环的所有的异构体共有 (考虑立体异构)
- A. 3 个
B. 4 个
C. 5 个
D. 6 个
5. 燃料电池具有能量转化率高、环境友好和节能等优点, 将是 21 世纪获得动力的重要途径之一。将两个铂电极置于 35%~50%KOH 溶液中, 然后分别向两极通入天然气和空气即可形成燃料电池。下列叙述正确的是
- A. 通入空气的电极为正极, 电极反应为: $O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$
- B. 通入天然气的电极为负极, 电极反应为: $CH_4 + 10OH^- - 8e^- = CO_3^{2-} + 7H_2O$
- C. 随着反应的进行, 溶液的 pH 逐渐降低
- D. 若将 KOH 溶液换为稀 H_2SO_4 , 该燃料电池的总反应不变

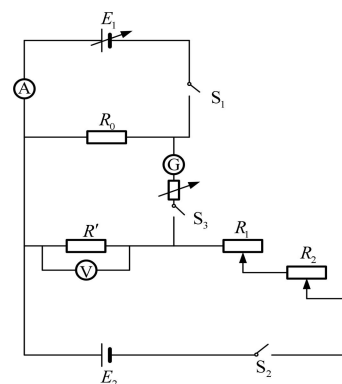
二、实验题

6. 现要对一量程为 5V 的非理想电压表 (V) 在 0.3~5V 间

若干点的测量误差进行检测 (即求电压表的表盘示值与用某种途径得到的标准值之差 ΔV)。给定的器材有: 输出电压在 0~6V 间可调的直流电源 E_1 (H); 电动势为 6V, 内阻可忽略的直流电源 E_2 (D); 量程为 0.1A 的标准电流表 (A), 其内阻不可忽略; 阻值为 50.00Ω 的标准

电阻 R_0 ; 滑动变阻器 R_1 、 R_2 (---), 阻值变化范围分别为 0~500 Ω 和 0~10 Ω ; 阻值约为 20 Ω 的固定电阻 R' ; 带可调保护电阻的检流计 (G)

(---); 开关 3 个: S_1 、 S_2 、 S_3 , 导线若干。测量原理电路图如图所示。



(1) 请按实验原理图写出主要实验步骤;

(2) 说明实验原理图中两个滑动变阻器的作用。

三、推理、论证题

7. 氟元素因其半径小和电负性高, 可以与金属和非金属生成最高氧化态的化合物, 例如 MnF_7 、 SF_6 、 IF_7 等。 OF_2 可由单质氟与稀氢氧化钠反应制备, 它可以和水缓慢反应。与 OF_2 组成类似的 Cl_2O 也能与水反应。

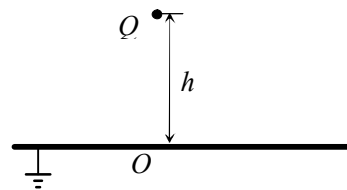
(1) OF_2 分子的空间构型为 _____, Cl_2O 中心原子的杂化轨道类型为 _____。

(2) OF_2 与水反应的化学方程式为 _____, Cl_2O 与水反应的化学方程式为 _____。

- (3) O 和 F 还可以形成 O_2F_2 ， O_2F_2 是一强氧化剂，由 O_2 和 F_2 在低温下反应得到。画出该分子的结构，并估计分子中所有键角的大小。
- (4) 写出氧元素所有的氧化态及其相应氧化态的一种物质的化学式。

8. 静电学理论指出，对于真空区域，只要不改变

该区域内的电荷分布及区域边界的电势分布，此区域内的电场分布就不会发生改变。试由上述结论及导体静电平衡的性质论证：



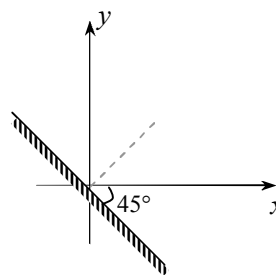
在一接地的无穷大导体平板上方与导体板相距 h 处放置一电荷量为 Q 的点电荷，

则导体板对该点电荷作用力的大小为 $F = \frac{kQ^2}{4h^2}$ (k 为静电力常数)。

四、计算题

9. 一质点从高处自由下落距离 h 后，落到倾角为 45°

的很长的光滑斜面上，并与斜面发生多次弹性碰撞。如图选取直角坐标，重力加速度为 g 。求：



(1) 经过 n 次 ($n=1,2,3,\dots$) 碰撞后刚弹起时速度的 x 分量

u_n 和 y 分量 v_n ；

(2) 任意两次碰撞之间的时间间隔。

参考答案

一、选择题

1. A 2. A 3. CD 4. C 5. BC

二、实验题

6.

- (1) ① 如图连接电路。
 ② 闭合 S_1 ，调节 E_1 的输出电压，使电流表的示数 I 在 $0.06\sim 0.1A$ 之间。利用公式 $V_0 = IR_0$ ，计算出此时 R_0 两端的电压 V_0 。
 ③ 闭合 S_2 ，调节 R_1 ，使电压表示数与 V_0 尽量接近。
 ④ 将检流计的保护电阻调至最大，闭合 S_3 。
 ⑤ 调节 R_1 、 R_2 使检流计示数减小；同时减小保护电阻数值，直至保护电阻为零时，检流计示数也为零。
 ⑥ 记下此时电压表的示值 V ，计算 $\Delta V = V - V_0$ 。
 ⑦ 多次改变 E_1 的数值并重复步骤②~⑥。

(2) R_1 用于粗调, R_2 用于细调。

三、推理、论证题

7.

(1) 角(V)型 sp^3

(2) $OF_2 + H_2O = 2HF + O_2$ $Cl_2O + H_2O = 2HClO$

(3) $\begin{array}{c} F \\ | \\ O-O \\ | \\ F \end{array}$ 两个F-O-O键角相同, 均为 109.5°

(4)

+2 OF_2 +1 O_2F_2 0 O_2 -2 Cl_2O -1 H_2O_2 $-\frac{1}{2}$ KO_2 $-\frac{1}{3}$ KO_3

8. (1) 本问题中求解的区域为无穷大接地导体平面的上方

区域, 此区域内点电荷所在位置及所带的电荷量是确定的; 区域的边界(导体平面的上表面)的电势分布是电势为零的等势面。电场 E 的分布大致如图 1 所示。图中的电场线和导体面处处垂直。并且

$E = E_1 + E_2$, 其中 E_1 、 E_2 分别为点电荷 Q 和导体板上表面感应电荷激发的电场。

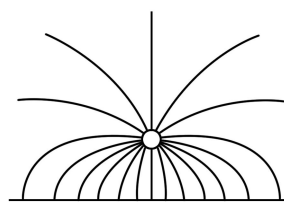


图 1

(2) 比较上述电场线分布的特点与两个等量异号点电荷电场的电场线分布特点, 可以设想把导体板上表面的感应电荷用一电荷量为 $Q' = -Q$ 的点电荷替代。设点电荷 Q 所在位置为 A 点, 将点电荷 Q' 放置在 B 点, B 点的选择满足, AB 两点的连线垂直于导体表面, 且 $AB = 2h$, 此时空间电场的分布如图 2 所示。

这样的替换既没有改变求解区域内的电荷分布, 又满足了导体板上表面所在位置电势为零的条件。因此, 在零等势面上方区域内电场分布与题给电场分布相同, 所以对于求解区域而言, 用放在 B 点处电荷量为 $Q' = -Q$ 的点电荷替代导体板上表面的感应电荷是合理的。

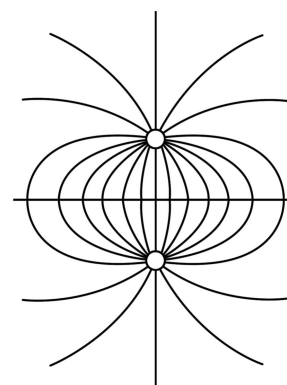


图 2

(3) 导体板上感应电荷在 A 点产生的场与 B 点的点电荷 $-Q$ 在 A 点产生的场是相同的。

故, 根据 $F = QE_2$, $E_2 = -\frac{kQ}{4h^2}$, 其中, E_2 为放在 B 点的点电荷 $-Q$ 在 A 点产生的场。

联立可得, $F = -\frac{kQ^2}{4h^2}$, 式中负号表示作用力为引力。

(或: 按库仑定律有 $F = -\frac{kQ^2}{4h^2}$, 式中负号表示作用力为引力。)

四、计算题

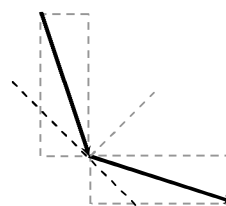
9. (1) 设第 1 次碰撞前瞬间 x 和 y 方向的分速度分别为 u_0 和 v_0 。根据自由落体运动规律，有

$$u_0 = 0, \quad v_0 = \sqrt{2gh}$$

由于斜面的倾角为 45° ，由弹性碰撞前后的能量和动量关系可知，每次碰撞均使速度的两个分量互换，如图。

第 1 次碰撞后的瞬间 x 和 y 方向的分速度为

$$u_1 = \sqrt{2gh}, \quad v_1 = 0 \quad \text{①}$$



碰撞使速度的两个分量互换

设从第 $n-1$ 次碰撞到第 n 次碰撞的时间间隔为 Δt ($n=2,3,\dots$)，初速度的 x 和 y 分量分别为 u_{n-1} 和 v_{n-1} ，末速度的相应分量为 u'_n 和 v'_n ，由于此过程中水平分速度不变，竖直方向为下抛运动且斜面倾角为 45° ，故

$$u_{n-1}\Delta t = v_{n-1}\Delta t + \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$

由此得

$$\Delta t = \frac{2(u_{n-1} - v_{n-1})}{g} \quad \text{②}$$

由此可以推出

$$u'_n = u_{n-1}$$

$$v'_n = v_{n-1} + g\Delta t = 2u_{n-1} - v_{n-1}$$

第 n 次碰撞后水平分速度和竖直分速度互换，有

$$u_n = 2u_{n-1} - v_{n-1}, \quad n=2,3,4,\dots \quad \text{③}$$

$$v_n = u_{n-1}, \quad n=2,3,4,\dots \quad \text{④}$$

由此及①式可得

$$u_2 = 2u_1, \quad v_2 = u_1$$

$$u_3 = 3u_1, \quad v_3 = 2u_1$$

用数学归纳法，设

$$u_n = nu_1 = n\sqrt{2gh}, \quad v_n = (n-1)u_1 = (n-1)\sqrt{2gh} \quad \text{⑤}$$

将③④式的 n 用 $n+1$ 替换，并以⑤式代入，得

$$u_{n+1} = 2u_n - v_n = 2nu_1 - (n-1)u_1 = (n+1)u_1$$

$$v_{n+1} = u_n = nu_1 = [(n+1)-1]u_1$$

⑤式得证。

(2) 将⑤式代入②式，得

$$\Delta t = \frac{2u_1}{g} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{⑥}$$

即任意两次碰撞之间的时间间隔都相等。